Grundbegriffe der Informatik

Tutorium 1 - 5. Sitzung

Dennis Felsing

dennis.felsing@student.kit.edu
http://www.stud.uni-karlsruhe.de/~ubcqr/2010w/tut_gbi/

2010-11-22

Karlsruhe Institute of Technology

Organisatorisches

Anmeldung

- Anmeldung Klausur und Schein bis spätestens 25. Februar
- **Am besten heute noch anmelden!**
- Abmeldung bis 28. Februar
- **Klausur: 01. März 2011**

Überblick

1. **Kontextfreie Grammatiken**
    - Definition
    - Aufgaben allgemein
    - Aufgaben Klammerung
    - Grammatiken konstruieren
    - Klausuraufgabe September 2009

Kontextfreie Grammatiken

Definition

Eine kontextfreie Grammatik $G = (N, T, S, P)$ mit

N : Alphabet der Nichtterminalsymbole

T : Alphabet der Terminalsymbole

S : Startsymbol

P : Endliche Menge von Produktionen

Dabei gilt

- $N \cap T = \emptyset$
- $S \in N$
- $P \subseteq N \times (N \cup T)^*$

Beispiel

$$G = (\{X\}, \{a, b\}, X, \{X \to \varepsilon \mid aX \mid bX\})$$

Was kann man alles ableiten? Was ist $L(G)$?

Beispiel

$$G = (\{X\}, \{a, b\}, X, \{X \to \varepsilon \mid aX \mid bX\})$$

Was kann man alles ableiten? Was ist $L(G)$?

$$L(G) = \{a, b\}^*$$

Beispiel

$$G = (\{X\}, \{a, b\}, X, \{X \to \varepsilon \mid aX \mid bX\})$$

Was kann man alles ableiten? Was ist $L(G)$?

$$L(G) = \{a, b\}^*$$

Pfeile

Was bedeuten $\to$, $\Rightarrow$ und $\Rightarrow^*$?

$\to$: bei Produktionen

$\Rightarrow$: bei Ableitungsschritten

$X \Rightarrow aX \Rightarrow baX \Rightarrow bbaX \Rightarrow bba$

$X \Rightarrow^2 baX \Rightarrow^2 bba$

$X \Rightarrow^* bba$

Leere Menge

Gibt es eine Grammatik G, so dass $L(G) = \emptyset = \{\}$?

Leere Menge

Gibt es eine Grammatik G, so dass $L(G) = \emptyset = \{\}$?

$$G = (\{X\}, \{a, b\}, X, \{X \to X\})$$

$N_x(w)$

Definition

$x \in A$, $N_x : A^* \to \mathbb{N}_0$

$$N_x(\varepsilon) = 0$$

$$\forall y \in A : \forall w \in A^* : N_x(yw) = \begin{cases} 1 + N_x(w) & \text{falls } y = x \\ N_x(w) & \text{falls } y \neq x \end{cases}$$

$N_x(w)$

Definition

$x \in A$, $N_x : A^* \to \mathbb{N}_0$

$$N_x(\varepsilon) = 0$$

$$\forall y \in A : \forall w \in A^* : N_x(yw) = \begin{cases} 1 + N_x(w) & \text{falls } y = x \\ N_x(w) & \text{falls } y \neq x \end{cases}$$

$N_x(w)$ gibt an, wie oft x in w vorkommt.

Bedingungen

Definition

- Eine Bedingung heißt **notwendig**, wenn sie *unersetzbar* ist. Es kann aber noch weitere Voraussetzungen geben.
- Eine Bedingung heißt **hinreichend**, wenn sie ersetzbar ist und es *keine weiteren Voraussetzungen* gibt.
- Eine Bedingung heißt **notwendig und hinreichend**, wenn sie *unersetzbar* ist und es *keine weiteren Voraussetzungen* gibt. (Sprich: genau dann wenn)

Beispiele

- Student zu sein ist notwendige Bedingung für Klausurteilnahme
- Besuch des Tutoriums ist hinreichende Bedingung um abgegebene Übungsblätter zurückzubekommen

Klammern

$$G = (\{X\}, \{(,)\}, X, \{X \to XX \mid (X) \mid \varepsilon\})$$

- Welche Wörter w sind durch G ableitbar?

Klammern

$$G = (\{X\}, \{(,)\}, X, \{X \to XX \mid (X) \mid \varepsilon\})$$

- Welche Wörter w sind durch G ableitbar?
  Genau die wohlgeformten Klammerausdrücke.
  Also $N_((w) = N_)(w)$.

Klammern

$$G = (\{X\}, \{(,)\}, X, \{X \to XX \mid (X) \mid \varepsilon\})$$

- Welche Wörter w sind durch G ableitbar?
  Genau die wohlgeformten Klammerausdrücke.
  Also $N_((w) = N_)(w)$.
- Ist $)(\in L(G)$?

Klammern

$$G = (\{X\}, \{(,)\}, X, \{X \to XX \mid (X) \mid \varepsilon\})$$

- Welche Wörter w sind durch G ableitbar?
  Genau die wohlgeformten Klammerausdrücke.
  Also $N_((w) = N_)(w)$.
- Ist $)(\in L(G)$?
  Für jedes Präfix v eines $w \in L(G)$ gilt: $N_((v) \geq N_)(v)$.

Klammern 2

$$G = (\{X\}, \{(,)\}, X, \{X \to (X)X \mid \varepsilon\})$$

Was fällt bei dieser Grammatik auf?

Klammern 2

$$G = (\{X\}, \{(,)\}, X, \{X \to (X)X \mid \varepsilon\})$$

Was fällt bei dieser Grammatik auf?
Sie leitet ebenfalls genau die wohlgeformten Klammerausdrücke ab.

Teilwort baa

- Bestimme die formale Sprache $L(G)$ über $\{a, b\}$, in der irgendwo das Teilwort baa vorkommt.

Teilwort baa

- Bestimme die formale Sprache $L(G)$ über $\{a, b\}$, in der irgendwo das Teilwort baa vorkommt.

$$L(G) = \{a, b\}^* baa\{a, b\}^*$$

Teilwort baa

- Bestimme die formale Sprache $L(G)$ über $\{a, b\}$, in der irgendwo das Teilwort baa vorkommt.

$$L(G) = \{a, b\}^* baa \{a, b\}^*$$

- Konstruiere eine entsprechende Grammatik G.

Teilwort baa

- Bestimme die formale Sprache $L(G)$ über $\{a, b\}$, in der irgendwo das Teilwort baa vorkommt.

$$L(G) = \{a, b\}^* baa\{a, b\}^*$$

- Konstruiere eine entsprechende Grammatik G.

$$G = (\{X, Y\}, \{a, b\}, X, \{X \rightarrow YbaaY, Y \rightarrow aY \mid bY \mid \varepsilon\})$$

Ausgeglichene Wörter

Konstruiere eine Grammatik über $\{a, b\}$, bei der für alle abgeleiteten Wörter w gilt, dass für jedes Präfix v von w gilt:

$$| N_a(v) - N_b(v) | \leq 1$$

Vorüberlegung: Wie sehen die Wörter gerader Länge aus?

Ausgeglichene Wörter

Konstruiere eine Grammatik über $\{a, b\}$, bei der für alle abgeleiteten Wörter w gilt, dass für jedes Präfix v von w gilt:

$$\mid N_a(v) - N_b(v) \mid \leq 1$$

Vorüberlegung: Wie sehen die Wörter gerader Länge aus? $\{ab, ba\}^*$

Ausgeglichene Wörter

Konstruiere eine Grammatik über $\{a, b\}$, bei der für alle abgeleiteten Wörter w gilt, dass für jedes Präfix v von w gilt:

$$| N_a(v) - N_b(v) | \leq 1$$

Vorüberlegung: Wie sehen die Wörter gerader Länge aus? $\{ab, ba\}^*$

$$G = (\{X\}, \{a, b\}, X, \{X \to abX \mid baX \mid a \mid b \mid \varepsilon\})$$

Relationen

Sei R eine Relation. Wie lässt sich ausdrücken, dass x und y durch R in Relation stehen?

Relationen

Sei R eine Relation. Wie lässt sich ausdrücken, dass x und y durch R in Relation stehen?

xRy oder $(x, y) \in R$

Klausuraufgabe September 2009

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, X\}, \{a, b\}, S, \{S \to aSa \mid bSb \mid aXb \mid bXa, X \to aX \mid bX \mid \varepsilon\})$.

1. Geben Sie ein Wort der Länge 5 an, das in $L(G)$ liegt, und ein Wort der Länge 5, das nicht in $L(G)$ liegt.

Klausuraufgabe September 2009

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, X\}, \{a, b\}, S, \{S \to aSa \mid bSb \mid aXb \mid bXa, X \to aX \mid bX \mid \varepsilon\})$.

1. Geben Sie ein Wort der Länge 5 an, das in $L(G)$ liegt, und ein Wort der Länge 5, das nicht in $L(G)$ liegt.
   Lösung: z.B. $aaaab \in L(G)$, $aabaa \notin L(G)$

Klausuraufgabe September 2009

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik
$G = (\{S, X\}, \{a, b\}, S, \{S \to aSa \mid bSb \mid aXb \mid bXa, X \to aX \mid bX \mid \varepsilon\})$.

1. Geben Sie ein Wort der Länge 5 an, das in $L(G)$ liegt, und ein Wort der Länge 5, das nicht in $L(G)$ liegt.
   Lösung: z.B. $aaaab \in L(G)$, $aabaa \notin L(G)$
2. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik $G' = (N, T, S', P)$ an, für die gilt: $L(G') = \{a, b\}^* \setminus L(G)$

Klausuraufgabe September 2009

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik
$G = (\{S, X\}, \{a, b\}, S, \{S \to aSa \mid bSb \mid aXb \mid bXa, X \to aX \mid bX \mid \varepsilon\})$.

1. Geben Sie ein Wort der Länge 5 an, das in $L(G)$ liegt, und ein Wort der Länge 5, das nicht in $L(G)$ liegt.
   Lösung: z.B. $aaaab \in L(G)$, $aabaa \notin L(G)$
2. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik $G' = (N, T, S', P)$ an, für die gilt: $L(G') = \{a, b\}^* \setminus L(G)$
   Lösung: $G' = (\{S'\}, \{a, b\}, S', \{S' \to aS'a \mid bS'b \mid a \mid b \mid \varepsilon\})$

Klausuraufgabe September 2009

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, X\}, \{a, b\}, S, \{S \to aSa \mid bSb \mid aXb \mid bXa, X \to aX \mid bX \mid \varepsilon\})$.

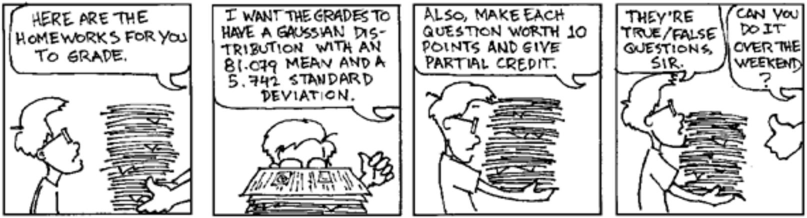
1. Geben Sie ein Wort der Länge 5 an, das in $L(G)$ liegt, und ein Wort der Länge 5, das nicht in $L(G)$ liegt.
   Lösung: z.B. $aaaab \in L(G)$, $aabaa \notin L(G)$
2. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik $G' = (N, T, S', P)$ an, für die gilt: $L(G') = \{a, b\}^* \setminus L(G)$
   Lösung: $G' = (\{S'\}, \{a, b\}, S', \{S' \to aS'a \mid bS'b \mid a \mid b \mid \varepsilon\})$
3. Geben Sie eine Abbildung $g : \mathbb{N}_0 \to \{a, b\}^*$ an, so dass gilt: $\forall n \in \mathbb{N}_0 : \forall m \in \mathbb{N}_0 : g(n)a^m \in L(G) \Leftrightarrow n \neq m$

Klausuraufgabe September 2009

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik
$G = (\{S, X\}, \{a, b\}, S, \{S \to aSa \mid bSb \mid aXb \mid bXa, X \to aX \mid bX \mid \varepsilon\})$.

1. Geben Sie ein Wort der Länge 5 an, das in $L(G)$ liegt, und ein Wort der Länge 5, das nicht in $L(G)$ liegt.
   Lösung: z.B. $aaaab \in L(G)$, $aabaa \notin L(G)$
2. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik $G' = (N, T, S', P)$ an, für die gilt: $L(G') = \{a, b\}^* \setminus L(G)$
   Lösung: $G' = (\{S'\}, \{a, b\}, S', \{S' \to aS'a \mid bS'b \mid a \mid b \mid \varepsilon\})$
3. Geben Sie eine Abbildung $g : \mathbb{N}_0 \to \{a, b\}^*$ an, so dass gilt: $\forall n \in \mathbb{N}_0 : \forall m \in \mathbb{N}_0 : g(n)a^m \in L(G) \Leftrightarrow n \neq m$
   Lösung: z.B. $g(n) = a^n b$

Überblick



http://www.phdcomics.com/comics/archive.php?comicid=4