

# Grundbegriffe der Informatik

## Tutorium 1 - 5. Sitzung

Dennis Felsing

`dennis.felsing@student.kit.edu`

`http://www.stud.uni-karlsruhe.de/~ubcqr/2010w/tut\_gbi/`

2010-11-22



# Organisatorisches

## Anmeldung

- Anmeldung Klausur und Schein bis spätestens 25. Februar
- **Am besten heute noch anmelden!**
- Abmeldung bis 28. Februar
- **Klausur: 01. März 2011**

- 1 **Kontextfreie Grammatiken**
  - Definition
  - Aufgaben allgemein
  - Aufgaben Klammerung
  - Grammatiken konstruieren
  - Klausuraufgabe September 2009

# Kontextfreie Grammatiken

## Definition

Eine kontextfreie Grammatik  $G = (N, T, S, P)$  mit

**N** : Alphabet der Nichtterminalsymbole

**T** : Alphabet der Terminalsymbole

**S** : Startsymbol

**P** : Endliche Menge von Produktionen

Dabei gilt

- $N \cap T = \emptyset$
- $S \in N$
- $P \subseteq N \times (N \cup T)^*$

# Beispiel

$$G = (\{X\}, \{a, b\}, X, \{X \rightarrow \varepsilon \mid aX \mid bX\})$$

Was kann man alles ableiten? Was ist  $L(G)$ ?

$$L(G) = \{a, b\}^*$$

## Pfeile

Was bedeuten  $\rightarrow$ ,  $\Rightarrow$  und  $\Rightarrow^*$ ?

$\rightarrow$  : bei Produktionen

$\Rightarrow$  : bei Ableitungsschritten

$$X \Rightarrow aX \Rightarrow baX \Rightarrow bbaX \Rightarrow bba$$

$$X \Rightarrow^2 baX \Rightarrow^2 bba$$

$$X \Rightarrow^* bba$$

# Leere Menge

Gibt es eine Grammatik  $G$ , so dass  $L(G) = \emptyset = \{\}$ ?

$$G = (\{X\}, \{a, b\}, X, \{X \rightarrow X\})$$

$N_x(w)$ **Definition** $x \in A, N_x : A^* \rightarrow \mathbb{N}_0$ 

$$N_x(\varepsilon) = 0$$

$$\forall y \in A : \forall w \in A^* : N_x(yw) = \begin{cases} 1 + N_x(w) & \text{falls } y = x \\ N_x(w) & \text{falls } y \neq x \end{cases}$$

$N_x(w)$  gibt an, wie oft  $x$  in  $w$  vorkommt.

# Bedingungen

## Definition

- Eine Bedingung heißt **notwendig**, wenn sie *unersetzbar* ist. Es kann aber noch weitere Voraussetzungen geben.
- Eine Bedingung heißt **hinreichend**, wenn sie ersetzbar ist und es *keine weiteren Voraussetzungen* gibt.
- Eine Bedingung heißt **notwendig und hinreichend**, wenn sie *unersetzbar* ist und es *keine weiteren Voraussetzungen* gibt. (Sprich: genau dann wenn)

## Beispiele

- Student zu sein ist notwendige Bedingung für Klausurteilnahme
- Besuch des Tutoriums ist hinreichende Bedingung um abgegebene Übungsblätter zurückzubekommen



# Klammern

$$G = (\{X\}, \{(\,)\}, X, \{X \rightarrow XX \mid (X) \mid \varepsilon\})$$

- Welche Wörter  $w$  sind durch  $G$  ableitbar?  
Genau die wohlgeformten Klammerausdrücke.  
Also  $N_{(}(w) = N_{)}(w)$ .
- Ist  $) \in L(G)$ ?  
Für jedes Präfix  $v$  eines  $w \in L(G)$  gilt:  $N_{(}(v) \geq N_{)}(v)$ .

# Klammern 2

$$G = (\{X\}, \{(, )\}, X, \{X \rightarrow (X)X \mid \varepsilon\})$$

Was fällt bei dieser Grammatik auf?

Sie leitet ebenfalls genau die wohlgeformten Klammerausdrücke ab.

# Teilwort baa

- Bestimme die formale Sprache  $L(G)$  über  $\{a, b\}$ , in der irgendwo das Teilwort baa vorkommt.

$$L(G) = \{a, b\}^* baa \{a, b\}^*$$

- Konstruiere eine entsprechende Grammatik  $G$ .

$$G = (\{X, Y\}, \{a, b\}, X, \{X \rightarrow YbaaY, Y \rightarrow aY \mid bY \mid \varepsilon\})$$

# Ausgeglichene Wörter

Konstruiere eine Grammatik über  $\{a, b\}$ , bei der für alle abgeleiteten Wörter  $w$  gilt, dass für jedes Präfix  $v$  von  $w$  gilt:

$$|N_a(v) - N_b(v)| \leq 1$$

Vorüberlegung: Wie sehen die Wörter gerader Länge aus?  $\{ab, ba\}^*$

$$G = (\{X\}, \{a, b\}, X, \{X \rightarrow abX \mid baX \mid a \mid b \mid \varepsilon\})$$

# Relationen

Sei  $R$  eine Relation. Wie lässt sich ausdrücken, dass  $x$  und  $y$  durch  $R$  in Relation stehen?

$xRy$  oder  $(x, y) \in R$

# Klausuraufgabe September 2009

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik

$$G = (\{S, X\}, \{a, b\}, S, \{S \rightarrow aSa \mid bSb \mid aXb \mid bXa, X \rightarrow aX \mid bX \mid \varepsilon\}).$$

- ① Geben Sie ein Wort der Länge 5 an, das in  $L(G)$  liegt, und ein Wort der Länge 5, das nicht in  $L(G)$  liegt.

**Lösung:** z.B.  $aaaab \in L(G)$ ,  $aabaa \notin L(G)$

- ② Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G' = (N, T, S', P)$  an, für die gilt:  $L(G') = \{a, b\}^* \setminus L(G)$

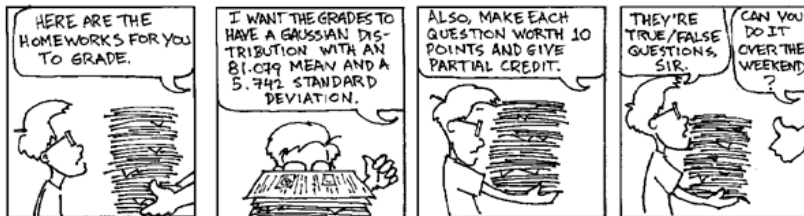
**Lösung:**  $G' = (\{S'\}, \{a, b\}, S', \{S' \rightarrow aS'a \mid bS'b \mid a \mid b \mid \varepsilon\})$

- ③ Geben Sie eine Abbildung  $g : \mathbb{N}_0 \rightarrow \{a, b\}^*$  an, so dass gilt:

$$\forall n \in \mathbb{N}_0 : \forall m \in \mathbb{N}_0 : g(n)a^m \in L(G) \Leftrightarrow n \neq m$$

**Lösung:** z.B.  $g(n) = a^n b$

- 1 **Kontextfreie Grammatiken**
  - Definition
  - Aufgaben allgemein
  - Aufgaben Klammerung
  - Grammatiken konstruieren
  - Klausuraufgabe September 2009



<http://www.phdcomics.com/comics/archive.php?comid=4>