

# Grundbegriffe der Informatik

## Tutorium 1 - 11. Sitzung

Dennis Felsing

dennis.felsing@student.kit.edu

[http://www.stud.uni-karlsruhe.de/~ubcqr/2010w/tut\\_gbi/](http://www.stud.uni-karlsruhe.de/~ubcqr/2010w/tut_gbi/)

2011-01-17



# Überblick

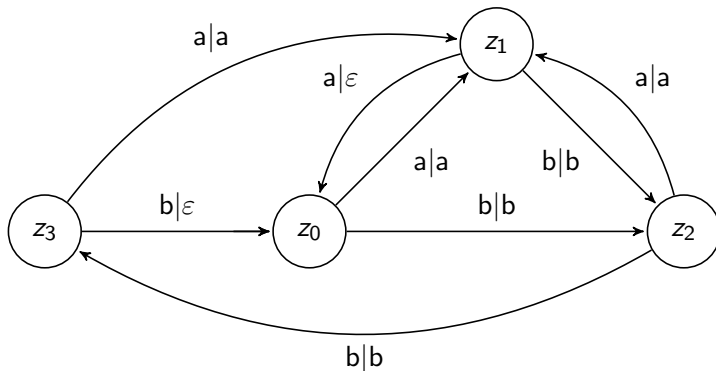
- 1 **Endliche Automaten**
  - Wiederholung
  - Endliche Akzeptoren
- 2 **Reguläre Ausdrücke**
- 3 **Rechtslineare Grammatiken**

# Wiederholung

Wie ist ein Mealy-Automat definiert? Als Tupel  $(Z, X, Y, f, g, z_0)$  mit:

- $Z$  Endliche Zustandsmenge
- $X$  Eingabealphabet
- $Y$  Ausgabealphabet
- $f$  Zustandsübergangsfunktion ( $f : Z \times X \rightarrow Z$ )
- $g$  Ausgabefunktion ( $g : Z \times X \rightarrow Y^*$ )
- $z_0$  Startzustand ( $z_0 \in Z$ )

# Wiederholung



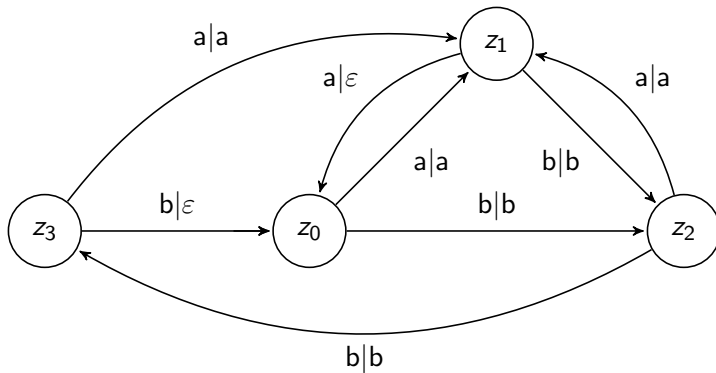
$$f^*(z_0, aabb) = z_3$$

$$f^{**}(z_0, aabb) = z_0z_1z_0z_2z_3$$

$$g^*(z_0, aabb) = b$$

$$g^{**}(z_0, aabb) = abb$$

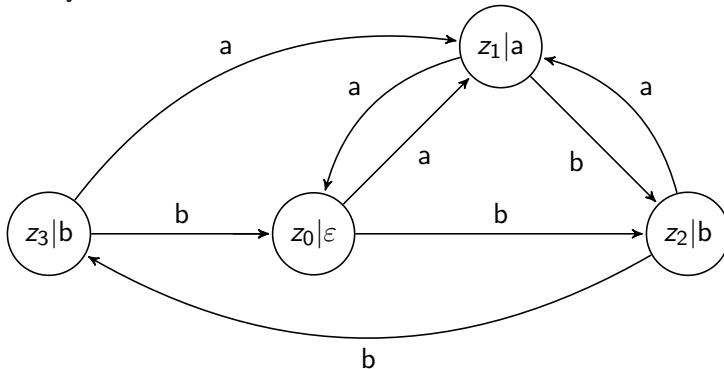
# Wiederholung



Erstelle einen Moore-Automat der sich so verhält wie der gegebene Mealy-Automat.

# Wiederholung

Erstelle einen Moore-Automat der sich so verhält wie der gegebene Mealy-Automat.

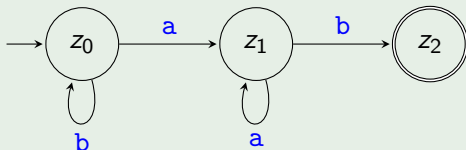


# Endliche Akzeptoren

## Definition

Ein endlicher Akzeptor ist ein Moore-Automat, der als Ausgabe nur 0 (schlecht) und 1 (gut) hat. Statt  $h : Z \rightarrow Y^*$  gibt man mit  $F \subseteq Z$  die akzeptierenden (guten) Zustände an.

## Beispiel



Welche Sprache akzeptiert der Automat?  $\{a, b\}^* ab\{a, b\}^*$

# Entwurf

## Aufgabe

Entwerfe einen Akzeptor mit  $X = \{a, b\}$ , der alle Wörter akzeptiert, deren Anzahl an  $a$  durch 5 teilbar ist.



# Entwurf

## Aufgabe

Entwerfe einen Akzeptor mit  $X = \{a, b\}$ , der alle Wörter akzeptiert, in denen nirgends hintereinander zwei  $b$  vorkommen.

# Überblick

- 1 **Endliche Automaten**
- 2 **Reguläre Ausdrücke**
  - Definition
  - Klammereinsparungen
  - Beschriebene Sprache
- 3 **Rechtslineare Grammatiken**

# Definition

## Reguläre Ausdrücke

$Z = \{ |, (, ), \emptyset, * \}$  und ein Alphabet  $A$  mit  $A \cap U = \{ \}$ . Es gilt:

- $\emptyset$  ist ein regulärer Ausdruck
- $\forall x \in A : x$  ist ein regulärer Ausdruck
- $R_1$  und  $R_2$  sind RA  $\Rightarrow (R_1 R_2)$  und  $(R_1 | R_2)$  sind RA
- $R$  ist ein reg. Ausdruck  $\Rightarrow (R^*)$  ist ein regulärer Ausdruck
- Nichts anderes sind reguläre Ausdrücke

# Klammereinsparungen

Zur Lesbarkeit kann man unnötige Klammern bei der Darstellung weglassen. Was sind reguläre Ausdrücke über  $A = \{a, b\}$ ?

- $\emptyset|b = (\emptyset|b) \checkmark$
- $(a|b)** = (((a|b)*)*) \checkmark$
- $*(ab|b)*$  Falsch
- $bab* = ((ba)(b*)) \checkmark$
- $a|(b * caab)$  Falsch

# Beschriebene Sprache

## Von RA $R$ beschriebene Sprache $\langle R \rangle$

- $\langle \emptyset \rangle = \{ \}$
- Für  $x \in A$ :  $\langle x \rangle = \{ x \}$
- Für RA  $R_1$  und  $R_2$  gilt:  $\langle R_1 \mid R_2 \rangle = \langle R_1 \rangle \cup \langle R_2 \rangle$
- Für RA  $R_1$  und  $R_2$  gilt:  $\langle R_1 R_2 \rangle = \langle R_1 \rangle \cdot \langle R_2 \rangle$
- $\langle R^* \rangle = \langle R \rangle^*$

# Beispiele

$R \rightarrow \langle R \rangle$

- $R = (a \mid b)^*$ ,  $\langle R \rangle = \{a, b\}^*$
- $R = (a * b^*)^*$ ,  $\langle R \rangle = \{a, b\}^*$
- $R = (a \mid b)^* aab(a \mid b)^*$ ,  $\langle R \rangle =$  Sprache der Wörter mit Teilwort  $aab$
- $R = a^* a^*$ ,  $\langle R \rangle = \{a\}^*$

$\langle R \rangle \rightarrow R$

Sei  $A = \{a, b\}$ .

- Sprache der Wörter mit mindestens drei  $b$ :  
 $a * ba * ba * b(a|b)^*$
- Sprache  $\{\varepsilon\} \emptyset^*$
- Sprache der Wörter in denen nirgends  $ab$  vorkommt:  $b^* a^*$

# Beispiele

Wenn für einen regulären Ausdruck  $R$  gilt:  $L = \langle R \rangle$ , welcher reguläre Ausdruck erzeugt dann:

- $L^*? R^*$
- $L^+? R(R^*)$

# Überblick

- 1 **Endliche Automaten**
- 2 **Reguläre Ausdrücke**
- 3 **Rechtslineare Grammatiken**
  - Definition
  - Umformungen



# Definition

## Rechtslineare Grammatik

Eine Rechtslineare Grammatik  $G = \{N, T, S, P\}$  ist eine kontextfreie Grammatik mit der Einschränkung:

- Alle Produktionen sind entweder von der Form  $X \rightarrow w$  oder  $X \rightarrow wY$  mit  $w \in T^*$  und  $X, Y \in N$

Was bedeutet das? In jeder Produktion kommt maximal ein Nichtterminalsymbol auf der rechten Seite vor. Wenn, dann steht dieses ganz rechts.

# Toller Satz

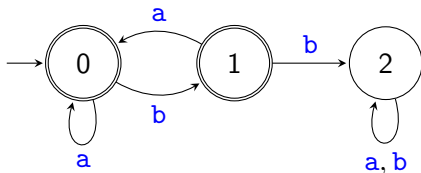
Für jede formale Sprache  $L$  sind die folgenden drei Aussagen äquivalent:

- 1  $L$  kann von einem endlichen Akzeptor erkannt werden.
- 2  $L$  kann durch einen regulären Ausdruck beschrieben werden.
- 3  $L$  kann von einer rechtslinearen Grammatik erzeugt werden.

# Beispiel

Betrachte folgende Grammatik  $G = (\{X, Y, Z\}, \{a, b\}, X, P)$  mit  
 $P = \{X \rightarrow aX \mid bY \mid \varepsilon, Y \rightarrow aX \mid bZ \mid \varepsilon, Z \rightarrow aZ \mid bZ\}$

- Was ist  $L(G)$ ?  $\{a, b\}^* \setminus (\{a, b\}^* \cdot \{bb\} \cdot \{a, b\}^*)$
- Konstruiere einen endlichen Akzeptor, der  $L(G)$  akzeptiert.



- Vereinfache die Grammatik.  
 $G = (\{X, Y\}, \{a, b\}, X, P)$  mit  
 $P = \{X \rightarrow aX \mid bY \mid \varepsilon, Y \rightarrow aX \mid \varepsilon\}$
- Kann man die Grammatik noch weiter vereinfachen?  
 $G = (\{X\}, \{a, b\}, X, P)$  mit  $P = \{X \rightarrow aX \mid baX \mid b \mid \varepsilon\}$

# Überblick

- 1 Endliche Automaten**
  - Wiederholung
  - Endliche Akzeptoren
- 2 Reguläre Ausdrücke**
  - Definition
  - Klammereinsparungen
  - Beschriebene Sprache
- 3 Rechtslineare Grammatiken**
  - Definition
  - Umformungen

