

Grundbegriffe der Informatik

Tutorium 1 - 12. Sitzung

Dennis Felsing

dennis.felsing@student.kit.edu

http://www.stud.uni-karlsruhe.de/~ubcqr/2010w/tut_gbi/

2011-01-24



Überblick

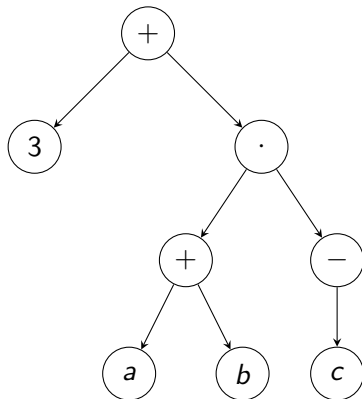
- 1 **Reguläre Ausdrücke**
 - Wiederholung
 - Kantorowitsch-Bäume
- 2 **Partielle Funktionen**
- 3 **Turingmaschinen**

Wiederholung

- Welche Zeichen können in einem Regulären Ausdruck über dem Alphabet A vorkommen und was bedeuten sie?
 - $\langle \emptyset \rangle = \{ \}$
 - Für $x \in A$: $\langle x \rangle = \{x\}$
 - Für RA R_1 und R_2 gilt: $\langle R_1 \mid R_2 \rangle = \langle R_1 \rangle \cup \langle R_2 \rangle$
 - Für RA R_1 und R_2 gilt: $\langle R_1 R_2 \rangle = \langle R_1 \rangle \cdot \langle R_2 \rangle$
 - $\langle R^* \rangle = \langle R \rangle^*$
- $\langle (a|b)^* aba(b|a)^* \rangle$ = Sprache der Wörter mit Teilwort aba
- $\langle (a|ba)^* (b|\emptyset) \rangle$ = Sprache der Wörter ohne Teilwort bb

Kantorowitsch-Bäume

Arithmetischer Ausdruck $3 + (a + b) \cdot (-c)$ wird zu

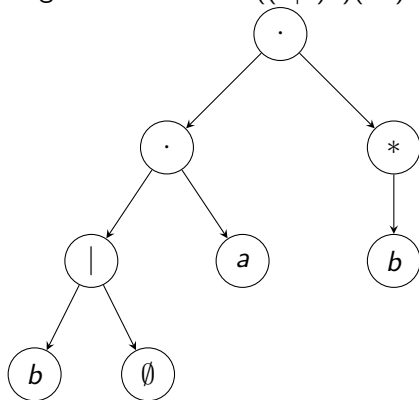


Die Höhe dieses Baumes ist 3.

Allgemein ist die Höhe die Länge des längsten Weges von der Wurzel zu einem der Blätter.

Regex-Bäume

Regulärer Ausdruck $((b|\emptyset)a)(b^*)$ wird zu



Die Höhe dieses Baumes ist 3.

Was macht man mit solchen Bäumen? Beweise für Reguläre Ausdrücke durch vollständige Induktion über die Höhe des Regex-Baumes.

Überblick

- 1 Reguläre Ausdrücke
- 2 Partielle Funktionen
 - Definition
- 3 Turingmaschinen

Partielle Funktionen

Definition

Als **partielle Funktion** bezeichnet man eine rechtseindeutige Abbildung einer Menge X in eine Menge Y .

Das bedeutet: Jedes Element der Menge X wird auf höchstens ein Element der Menge Y abgebildet.

Beispiel

$$f : \mathbb{R} \dashrightarrow \mathbb{R} \text{ mit } f(x) := \frac{1}{x}$$

Überblick

- 1 Reguläre Ausdrücke
- 2 Partielle Funktionen
- 3 Turingmaschinen
 - Definition
 - Aufgaben

Motivation

Wir haben gesehen Automaten, Reguläre Ausdrücke, ... sind beschränkt.

Jetzt möchten wir ein mächtigeres Modell betrachten, die **Turingmaschine**.

Es wird vermutet, dass sie alles berechnen kann, was Menschen und Computer berechnen können.

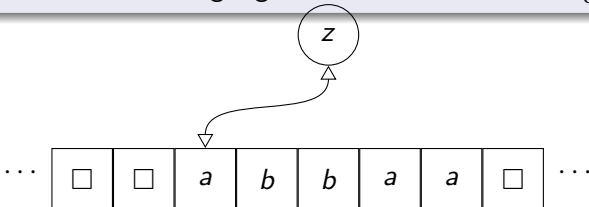
Sie dient als Grundlage für Logische Systeme (Programmiersprachen, Computer-Architekturen). Man nennt ein solches System *Turing-vollständig* wenn es alles berechnen kann, was eine Turingmaschine berechnen kann.

Turingmaschinen

Definition

Eine **Turingmaschine** ist ein Tupel (Z, z_0, X, f, g, m) mit

- Zustandsmenge Z
- Anfangszustand $z_0 \in Z$
- Bandalphabet X
- Partielle Zustandsüberföhrungsfunktion $f : Z \times X \dashrightarrow Z$
- Partielle Ausgabefunktion $g : Z \times X \dashrightarrow X$
- Partielle Bewegungsfunktion $m : Z \times X \dashrightarrow \{-1, 0, 1\}$

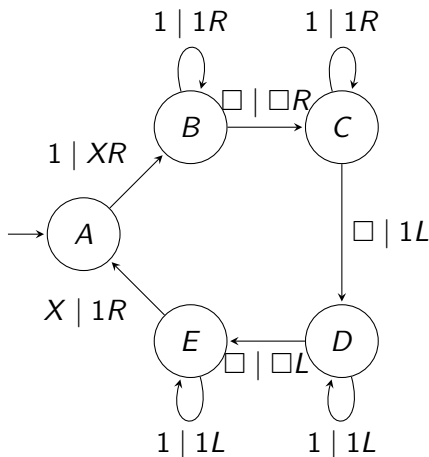


Variationen

Es gibt auch Erweiterungen dieser Turingmaschine:

- Mehrere Arbeitsbänder
- Mehrere Leseköpfe
- Separate Spezialbänder für Eingaben oder Ausgaben
- ...

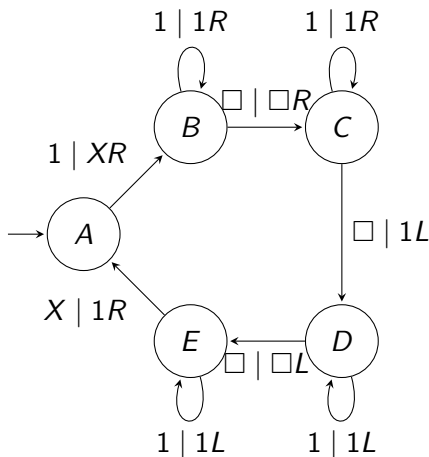
Aber wir betrachten nur den einfachsten Fall.



Zwei Darstellungsarten für die
selbe Turingmaschine

- Was macht diese TM?
Verdoppelt eine Folge
von Einsen auf dem
Band.

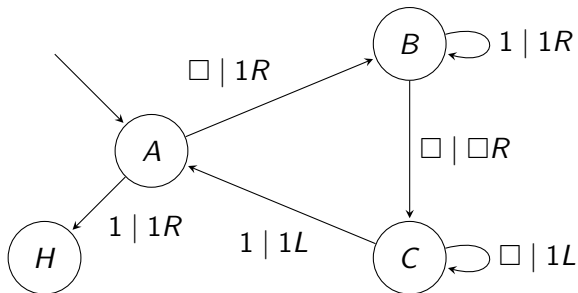
	A	B	C	D	E
□		□,R,C	1,L,D	□,L,E	
1	X,R,B	1,R,B	1,R,C	1,L,D	1,L,E
X					1,R,A



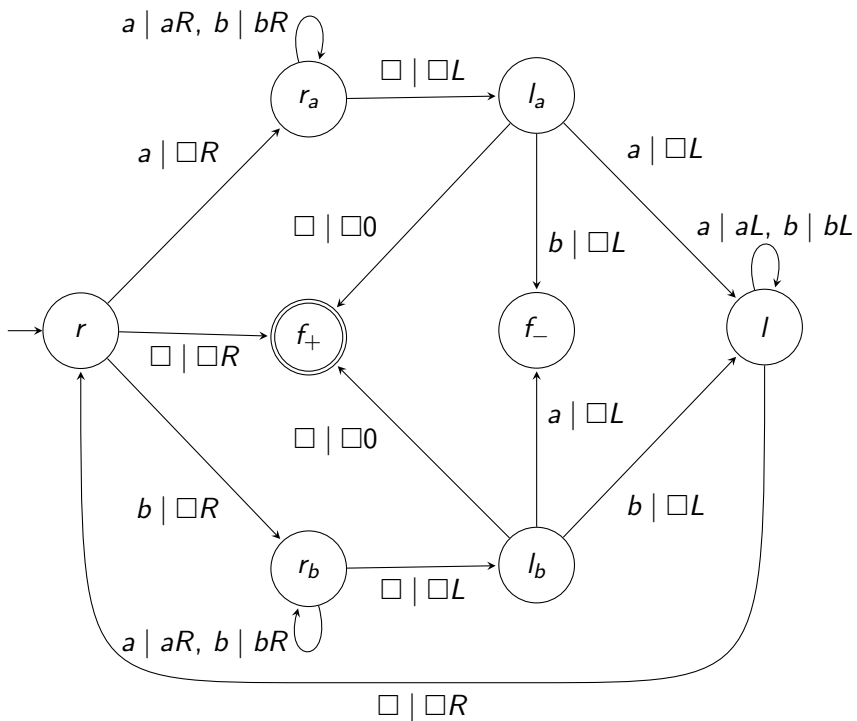
Verallgemeinere die Turingmaschine, so dass sie Wörter über $\{0, 1\}$ kopiert.
Lösung an der Tafel

	A	B	C	D	E
\square		\square, R, C	$1, L, D$	\square, L, E	
1	X, R, B	1, R, B	1, R, C	1, L, D	1, L, E
X					1, R, A

Diskussion



Welche Probleme können bei einer Turingmaschine auftreten?
Sie kann unendlich weiterlaufen. Das selbe gilt für andere Turing-vollständige Systeme, wie Java.



Überblick

- 1 Reguläre Ausdrücke**
 - Wiederholung
 - Kantorowitsch-Bäume
- 2 Partielle Funktionen**
 - Definition
- 3 Turingmaschinen**
 - Definition
 - Aufgaben

